

Пространственно локализованные решения
уравнения Гросса–Питаевского с
переодически модулированной нелинейностью

Лебедев М. Е.

Институт математики с вычислительным центром
УФИЦ РАН

Декабрь
2020

В докладе пойдёт речь об уравнении

$$i\Psi_t + \Psi_{xx} - U(x)\Psi + P(x)|\Psi|^2\Psi = 0. \quad (1)$$

Уравнения такого типа возникают в задачах оптики и теории конденсата Бозе–Эйнштейна (БЭК). В контексте теории БЭК такое уравнение, называемое также *уравнением Гросса–Питаевского*, описывает поведение конденсата в пространственно одномерном случае (“сигарообразный” конденсат). Здесь $\Psi(x, t)$ – макроскопическая волновая функция конденсата, $U(x)$ соответствует потенциалу ловушки, удерживающей конденсат, а функция $P(x)$, называемая также нелинейным потенциалом, описывает характер межатомных взаимодействий.

В докладе рассматривается влияние периодического нелинейного потенциала $P(x)$ на структуру семейства стационарных локализованных решений вида $\Psi(x, t) = u(x)e^{i\omega t}$ уравнения (1) и их устойчивость. Доказаны некоторые общие утверждения о существовании такого семейства. Для модельной задачи, когда влиянием линейного потенциала ловушки можно пренебречь, $U(x) \approx 0$, предложен подход, который позволяет детально описать множество стационарных локализованных решений в терминах *символической динамики*, а также указаны границы его применимости.

Для случая классической потенциальной ямы $U(x) \sim x^2$ показано, что присутствие периодического нелинейного потенциала может приводить к возникновению решений, которые не имеют аналогов в традиционном уравнении Гросса–Питаевского с постоянным коэффициентом $P(x) \equiv const$ при нелинейности. Также продемонстрировано, что нелинейные потенциалы такого рода могут служить инструментом стабилизации локализованных решений, которые неустойчивы в случае классической знакопостоянной нелинейности.